*אם כך שלכל*

*אם כך שלכל*

*אם כך שלכל*

# דוגמאות

1. נבחר ואז:  
    לכל   
    נוכיח : נניח בשלילה שקיימים טבעי ו ממשי כך שלכל מתקיים ⇦ ⇦ ⇦ סתירה!  
   נשים לב: אבל למרות זאת
2. ⬄ f חסומה. הסבר:  
    ⬄ קיימים ממשיים כך שלכל מתקיים .  
   מתקיים .
3. ⇦ . גם כי לכל .
4. . הוכחה: מתקיים לכן .

# טענה

תהיינה   
 ⬄ וגם

## הוכחה

⇦ לפי הנתון קיימים כך שלכל מתקיים ⇦ וגם .

⇨ נתון לכן קיימים כך שלכל מתקיים   
נתון לכן קיימים כך שלכל מתקיים   
נגדיר ואז לכל מתקיים

# משפט

תהיינה , אזי:

1. טרנזיטיביות: וגם ⇦   
    וגם ⇦   
    וגם ⇦
2. רפלקסיביות: , בפרט ו
3. סימטריות: ⬄   
    ⬄

# מסקנה

⬄

למשל

## הוכחה

תהי . לפי הנתון   
תהי . נתון לפי סימטריות(משפט קודם)

## דוגמה

קל לראות ולכן

סכום ומכפלה של **מס' קבוע** של פונקציות

# משפט

תהיינה כך ש ו אזי:

### הערות

## הוכחה

לפי הנתון קיימים ממשי ו טבעי כך שלכל מתקיים   
לפי הנתון קיימים ממשי ו טבעי כך שלכל מתקיים   
נבחר ואז לכל מתקיים (a) ו(b)

1. לכן לכל מתקיים  
   כלומר בחרנו .
2. לכן לכל מתקיים  
   כלומר בחרנו

# הערה

המשפט לעיל תקף עבור מס' כלשהו קבוע של פונקציות.

## דוגמאות

1. לפי המשפט. נותר להראות ש.
2. למעשה מתקיים

# סימון

פונקציה תקרא חיובית ממש.

# טענה

אם (חיוביות ממש) אז  
 ⬄ קיים ממשי כך שלכל מתקיים

## הוכחה

⇨: ניתן לבחור

⇦: לפי הנתון קיימים טבעי ו כך שלכל מתקיים . מתקיים:  
 – מותר לעשות את זה שכן   
נגדיר ואז לכל מתקיים

## הערה

תקף עבור ו

# משפט

תהיינה (חיוביות ממש) כך ש. אזי:

## דוגמה

הראו ש. שימו ♥: f,g חיוביות ממש. קל לראות ש. לפי המשפט:

## הוכחה למשפט

לפי טענה לעיל (עבור ) קיימים ממשיים כך שלכל מתקיים . ⇦ ⇦

# הגדרה "g קטנה ממש אסימפטוטית מf"

תהיינה . נאמר שg היא או קטן של f, נסמן , אם

## דוגמה

# הערה

סדרי הגודל הם:

עצי רקורסיה

# הוכחה באינדוקציה

T(n)

T(n-1)

T(n-1)

T(n-2)

T(n-2)

T(n-2)

T(n-2)

........................................................

נניח נכונות ל   
ונוכיח עבור n:

# דוגמה נוספת

T(n)

T(n/2)

*T(n/4)*

T(n/16)

T(n/8)

T(n/8)

T(n/4)

........................................................

כל ענף נגמר אחרי מספר שונה של שלבים, אבל אם נניח שהם נמשכים לעד נקבל:  
לכן

## הערה

מכיוון שאנו מדברים על סדרי גודל, אפשר לקחת של כל שלב

# עוד דוגמה

T(n)

T(n/2)

*T(n/2)*

T(n/4)

T(n/4)

T(n/4)

T(n/4)

........................................................

## הערה

מכיוון שמסתכלים על סדרי גודל, אפשר להניח

## הערה

השתמשנו ב כדי להניח ש, לכן יש שגיאה מסויימת נסתכל על סכום הסדרה:  
לכן השגיאה שלנו היא בסדר גודל ואפשר להזניח אותה.

# משפט האב

תהי ויהיו קבועים ממשיים. נניח שנתון כאשר . הפתרון האסימפטוטי של הינו:

1. *אם קיים כך ש אזי*
2. *אם אזי*
3. *אם קיים כך ש ואם קיים טבעי ו ממשי כך שלכל מתקיים אזי*

## אינטואיציה

נניח ש אזי . נציב:  
כמה שלבים יהיו? . נחשב את   
 הוא חסום, לכן

לפי המשפט הראשון, אם סדר הגודל של קטן מסדר הגודל של אז אפשר להזניח את   
לפי המשפט השני, אם סדרי הגודל שלהם שווים אז הוא מתווסף פעמים.  
לפי המשפט השלישי, אם סדר הגודל של גדול מסדר הגודל של אז אפשר להזניח את

# דוגמאות

1. ,   
   מתקיים (לקחנו )
2. , ,   
   מתקיים
3. , ,   
   מתקיים (בחרנו )  
   צריך לראות שקיים טבעי ו ממשי כך ש:  
   נבחר ,   
   לכן

# דוגמה

, , ,

אנחנו לא במקרה הראשון או השני שכן גדול אסימפטוטית מn. נבדוק את המקרה השלישי:  
. לכן אי אפשר להשתמש במשפט האב.